1 以下の $\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ウ}$ にあてはまる適切な数または式を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

(1) a を1でない正の実数とする．このとき

$$\log_2 a + \log_8 a^2 + \log_{a^6} 32 + \log_a \sqrt{a} + \log_{\sqrt{a}} a = 0$$

を満たす a の値で最大のものは $\boxed{ア}$ である．

(2) e を自然対数の底とする．曲線 $y = 1 + e^x$ と y 軸および2直線 $x = 1,\ y = 1$ で囲まれた部分を，x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積は $\boxed{イ}$ である．

(3) 生徒50人に行ったテストの得点を x_1，x_2，…，x_{50} とする．得点の平均は42，分散は36であった．このとき，$z_i = \dfrac{1}{6}x_i - 7\,(i = 1, 2, \cdots, 50)$ とおくと，z_1，z_2，…，z_{50} の分散は $\boxed{ウ}$ である．

$\boxed{2}$ 以下の $\boxed{エ}$ ～ $\boxed{キ}$ にあてはまる適切な数を解答用紙の所定の欄に既約分数で記入せよ．

複素数列 a_n $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ が次のように確率的に定まるという．

・$a_1=1$ である．

・$n \geqq 1$ に対して，確率 $\frac{1}{2}$ で $a_{n+1}=\frac{1+i}{\sqrt{2}}a_n$，確率 $\frac{1}{2}$ で $a_{n+1}=\frac{1-i}{\sqrt{2}}a_n$ である．

ただし i は虚数単位である．

(1) a_2，a_3，a_4 の中に 1 が含まれず，かつ $a_5=1$ となる確率は $\boxed{エ}$ である．

(2) $a_5=1$ となる確率は $\boxed{オ}$ である．

(3) $a_9=1$ となる確率は $\boxed{カ}$ である．

(4) a_2 から a_9 の中に 1 が含まれる確率は $\boxed{キ}$ である．

3 以下の $\boxed{\text{ク}}$ ～ $\boxed{\text{チ}}$ にあてはまる適切な数または式を解答用紙の所定の欄に記入せよ．

xy 平面上に 3 点

$$\mathrm{P_1}(\cos 2t,\ \sin 2t),\ \mathrm{P_2}(-\sin 2t,\ \cos 2t),\ \mathrm{P_3}(\sqrt{2}\cos t,\ \sqrt{2}\sin t)$$

がある．ただし，$\dfrac{1}{12}\pi < t < \dfrac{17}{12}\pi$ とする．

(1) $\left|\overrightarrow{\mathrm{P_1P_2}}\right| = \boxed{\text{ク}}$ ，$\overrightarrow{\mathrm{P_1P_2}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{P_1P_3}} = \boxed{\text{ケ}} - \boxed{\text{コ}}\sin t - \boxed{\text{サ}}\cos t$ である．

(2) $\triangle \mathrm{P_1P_2P_3}$ の面積を $\dfrac{1}{2}\sqrt{f(t)}$ と表すとき，

$$f(t) = \boxed{\text{シ}} + \boxed{\text{ス}}\sin t - \boxed{\text{セ}}\cos t - \boxed{\text{ソ}}\sin 2t$$

である．

(3) (2) の $f(t)$ について，$f'(t) = 0$ となる t の値は $\boxed{\text{タ}}$ である．

(4) $\triangle \mathrm{P_1P_2P_3}$ の面積の最大値は $\boxed{\text{チ}}$ である．

4 a, bは正の整数で互いに素とする．このとき，どんな整数nも適当な整数x, yを用いて$n=ax+by$という形に表されることが知られている．集合Aを

$$\mathrm{A}=\left\{ n \;\middle|\; \begin{array}{l} n\text{は整数であって，0以上の適当な整数}x,\ y\text{を用いて} \\ n=ax+by\text{という形に表される．} \end{array} \right\}$$

とおく．このとき，$(a-1)(b-1)-1$はAの要素ではないが，$(a-1)(b-1)$以上のどんな整数もAの要素であることを証明したい．以下の設問に対する解答を解答用紙の所定の欄に述べよ．

(1) $a=4$，$b=7$の場合を考える．このとき，解答用紙にある0以上27以下の整数のうち，Aの要素であるすべての数を○で囲め．

(2) nは整数とし，適当な整数x_0とy_0を用いて，$n=ax_0+by_0$と表す．このとき，y_0をaで割った余りをyとすると，適当な整数xを用いて $n=ax+by$という形に表されることを示せ．

(3) $n=(a-1)(b-1)-1$とする．このとき，nはAの要素ではないこと，すなわち0以上のどんな整数x, yを用いても，$n=ax+by$という形に表すことができないことを背理法を用いて示せ．

(4) nは$(a-1)(b-1)$以上の整数とする．このとき，nはAの要素であること，すなわち整数x, yを$0 \leqq y < a$を満たすように選んで$n=ax+by$という形に表すと，$x \geqq 0$であることを示せ．

以　上